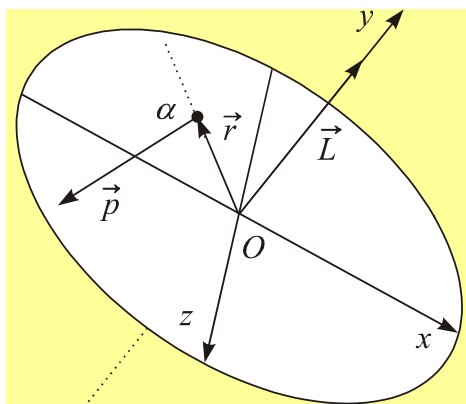


1.3.2 Moment impulsa. Moment sile

- **Moment impulsa** $\vec{M}$ materijalne tačke, u odnosu na tačku O definišemo sledećim izrazom:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

pri čemu je sa $\vec{r}$ zadat radijus vektor koji spaja tačku O i položaj materijalne tačke, a sa $\vec{p}$ je zadat impuls materijalne tačke.



Sl. 15. Ilustracija momenta impulsa

Intenzitet momenta impulsa $\vec{r}$ zavisi kako od intenziteta vektora $\vec{p}$ i, tako i od ugla α koji ovi vektori zaklapaju, i iznosi

$$L = rp \sin \alpha .$$

- U slučaju tela proizvoljnog oblika, jednostavnim uopštenjem prethodne definicije, moment impulsa dat je sledećim izrazom:

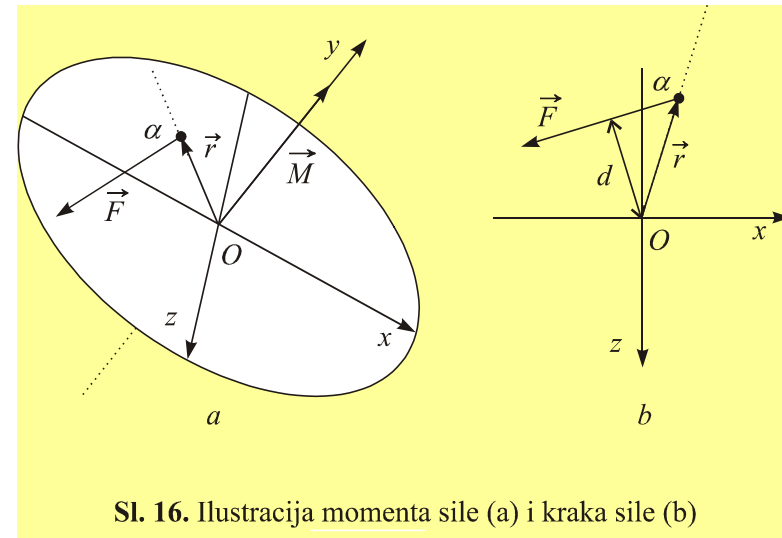
$$\vec{L} = I \vec{\omega} .$$

- **Moment sile** u odnosu na proizvoljno izabranu tačku definišemo na sledeći način:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

gde je $\vec{r}$ radijus vektor koji spaja tačku O i položaj materijalne tačke, dok je $\vec{F}$ sila koja deluje na materijalnu tačku.

- **Uslovi za nultu vrednost momenta sile:**
- pravac sile prolazi kroz osu rotacije
 - sila je po intenzitetu jednaka nuli
 - vektori $\vec{r}$ i $\vec{F}$ imaju isti ili suprotan smer.



Krak sile d definišemo kao najkraće rastojanje od pravca delovanja sile do ose rotacije.

Uvodeći pojam kraka sile, intenzitet momenta sile predstavljamo izrazom $M = Fd$. Ne postoji posebna jedinica za moment sile, već se izražava kao proizvod jedinice za silu i jedinice za dužinu $[M] = [Fd]$.

1.3.3 Osnovna jednačina dinamike rotacionog kretanja

Posmatraćemo brzinu promene momenta impulsa. Polazeći od definicije momenta impulsa dobija se:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad .$$

Gornji izraz često se naziva osnovna jednačina dinamike za rotaciono kretanje.

Prethodna jednačina, u slučaju kada je moment inercije konstantan u toku vremena, transformiše se u:

$$\vec{M} = I \vec{\alpha}$$

Prethodni izraz takođe se naziva osnovna jednačina dinamike za rotaciono kretanje.

1.3.4 Ravnoteža tela

U slučaju kada je kretanje tela ravnomerno kažemo da se telo nalazi u stanju dinamičke ravnoteže. Međutim, za nas će, u okviru ovog kursa biti zanimljiviji drugi slučaj ravnoteže. Kažemo da se telo nalazi u stanju **statičke ravnoteže**, ako se nalazi u stanju mirovanja (u odnosu na okolna tela). Stanje statičke ravnoteže ima dva oblika: stanje **labilne** i stanja **stabilne ravnoteže**. Telo se nalazi u stanju labilne ravnoteže ako se posle izvođenja iz ravnotežnog položaja, po prestanku delovanja sile koja ga je izvela iz ravnoteže, ne vraća u prethodni položaj. Kažemo da se telo nalazi u stanju stabilne ravnoteže ako se posle izvođenja iz ravnotežnog položaja, po prestanku delovanja sile, vraća u prethodni, ravnotežni položaj.

➤ Uslov ravnoteže materijalne tačke, definiše se sledećim izrazom:

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0$$

Materijalna tačka nalazi se u stanju ravnoteže ako je suma svih sila koje deluju na telo jednaka nuli.

➤ Za kruto telo uslov ravnoteže zahteva dodatnu jednačinu, koja se odnosi na momente sila

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^N \vec{M}_i = 0$$

Kruto telo nalazi se u stanju ravnoteže ako su **suma svih sila** i **suma svih momenata sile** koje deluju na telo jednake nuli.

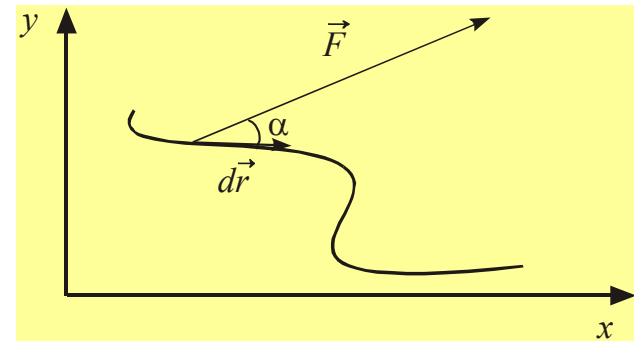
1.4 RAD. ENERGIJA. SNAGA

1.4.1 Rad

- Elementarni rad definišemo kao skalarni proizvod sile i vektora pomeraja

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$dA = Fr \cos(\vec{F}, \vec{r})$$



- ugao između vektora sile i pomeraja ja oštar ➡ rad je pozitivan
- ugao između vektora sile i pomeraja ja tup ➡ rad je negativan
- ugao između vektora sile i pomeraja ja prav ➡ rad je jednak nuli
- jedinica za rad je džul:
Rad od jednog džula izvrši stalna sila intenziteta jedan njutn, delujući na telo, na putu od jednog metra, u smeru koji se poklapa sa smerom pomeranja tela.

$$[A] = J = Nm$$

1.4.2 Energija

- Energija tela predstavlja sposobnost tela da izvrše rad.
- Energija postoji u različitim oblicima, u zavisnosti od stanja, odnosno svojstva tela koje se može koristiti pri vršenju rada.
- **Kinetička energija** predstavlja sposobnost tela da izvrši rad na račun svog kretanja.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2, \quad v \ll c$$

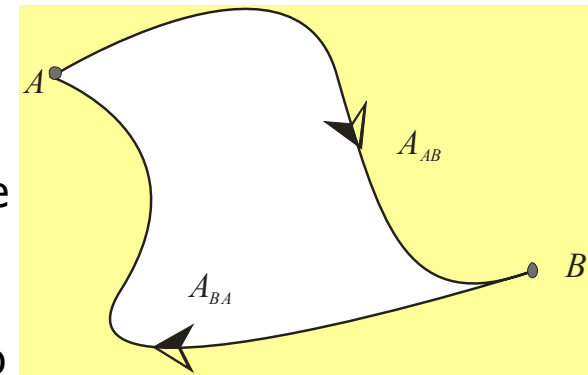
- **Potencijalna energija** predstavlja svojstvo tela da izvrše rad na osnovu svog međusobnog položaja.

- **konzervativne sile**



Za sve vrste interakcije kojima možemo pripisati postojanje potencijalne energije karakteristično je da izvršeni rad na proizvoljnom putu tela od tačke A do tačke B ne zavisi od oblika puta kojim se telo kreće između ovih tačaka, već samo

od položaja tela na početku i na kraju pomeranja. Sile kod kojih je ovaj uslov ispunjen nazivaju se **konzervativne sile**.



1.4.3 Kinetička energija rotacije krutog tela

- Kinetička energija tela jednaka je sumi kinetičkih energija delića koji čine telo:

$$E_k = \sum_{i=1}^N E_{ki} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$$

Kinetička energija rotacionog kretanja data je izrazom:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

- U slučaju da telo rotira oko ose koja ne prolazi kroz centar mase tela, već oko njoj paralelne ose koja je na rastojanju d , primenjuje se Štajnerova teorema:

$$E_k = \frac{1}{2} \omega^2 I_C + \frac{1}{2} m \omega^2 d^2$$

- Ukoliko telo ima složeniji oblik kretanja koje se sastoji od istovremenog kretanja centra mase brzinom v_C i od rotacionog kretanja oko z -ose, kinetička energija data je izrazom:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} I_z \omega^2$$

1.4.4 Zakon održanja energije

- U fizičkom sistemu u kojem deluju samo konzervativne sile (i žiroskopske) moguće su transformacije kinetičke energije u potencijalnu, i obratno, ali ukupna energija fizičkog sistema ostaje konstantna u toku vremena (**Zakon održanja energije u mehanici**).

$$E = E_k + E_p = \text{const.}$$

Uzimajući u obzir i druge oblike energije, kao što je energija elektromagnetnog polja, unutrašnja energiju tela, i sl., dolazimo do zaljučka da je ukupna energija u izolovanom fizičkom sistemu konstantna.

1.4.5 Snaga

➤ Snaga je skalarna fizička veličina definisana kao brzina vršenja rada.

$$P = \frac{dA}{dt}$$

➤ Jedinica za snagu u SI sistemu je vat. $[P] = \text{W} = \frac{\text{J}}{\text{s}}$

Usled gubitaka izazvanih različitim uticajima, kao što je sila trenja npr., u realnim situacijama od interesa je poznavanje odnosa između korisne snage uređaja P_k i uložene snage P_U . Očigledno je da će korisna snaga uređaja uvek biti manja od uložene snage, pri čemu ja veza između ove dve veličine data izrazom:

$$P_k = \eta P_u \quad .$$

Sa η je obeležen koeficijent korisnog dejstva.