1.6.3 Dinamika idealnog fluida

Kretanje fluida možemo zamišljati kao svojevrsno klizanje tankih slojeva fluida jednih po drugima.

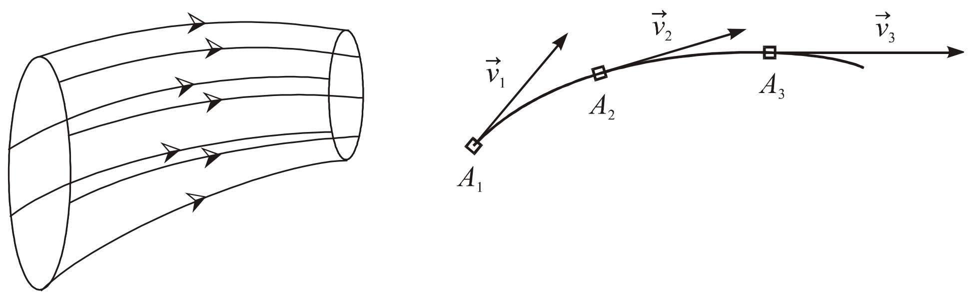
- Fluide kod kojih se trenje između slojeva, nastalo ovakvim klizanjem, može zanemariti, nazivamo **idealnim**.

- U slučaju kada se trenje između slojeva ne može zanemariti fluide nazivamo **viskoznim**.

Kod idealnih fluida smatramo da se mogu zanemariti prelasci delića fluida iz jednog sloja u drugi, dok se kod viskoznih fluida ovi prelasci ne mogu zanemariti. Primetimo da u mnogim situacijama vodu možemo posmatrati kao idealni fluid.

Strujna linija je kriva linija na koju su, u svakoj tački linije vektori brzine delića fluida tangente na liniju. Zatvorena površina koju formira više strujnih linija naziva se **strujna cev**. Kretanje fluida je **stacionarno** ako različiti delići fluida pri prolasku kroz istu tačku prostora imaju iste brzine.

U slučaju stacionarnog strujanja putanje delića fluida poklapaju se sa odgovarajućim strujnim linijama. Primetimo da će jedan delić fluida pri stacionarnom proticanju, na različitim mestima strujne linije imati različite brzine, ali će svi delići fluida u trenutku prolaska kroz istu tačku strujne linije, imati iste brzine.



Sl. 26. Ilustracija odnosa strujne linije, strujne cevi i vektora brzine

Jednačina kontinuiteta

Posmatraćemo jedan deo uzane strujne cevi kroz koju protiče nestišljiv fluid. Smatraćemo da je strujna cev dovoljno uska, tako da se može smatrati da su brzine delića fluida na ulasku u strujnu cev, u svim tačkama poprečnog preseka jednake. Pretpostavićemo, takođe, da je proticanje fluida stacionarno. Pod ovim uslovima masa fluida dm_1 koja sa jedne strane uđe u strujnu cev poprečnog preseka S_1 za vreme dt biće jednaka masi fluida dm_2 koja sa druge strane strujne cevi istekne kroz poprečni presek površine S_2 za isto vreme dt.

Pod datim uslovima dobija se

$$\boxed{Sv = const.}$$

- Proizvod površine poprečnog preseka strujne cevi i brzine fluida kroz poprečni presek cevi, konstantna je veličina za sve poprečne preseke strujne cevi (**jednačina kontinuiteta**).

U praksi se često koristi veličina koja se naziva protok fluida, a dobija se kao proizvod površine poprečnog preseka strujne cevi i brzine proticanja fluida kroz strujnu cev $Q = Sv$.

Dimenziono, protok fluida ima smisao zapremine fluida koja u jedinici vremena protekne kroz poprečni presek strujne cevi $[Q] = \frac{m^3}{s}$.

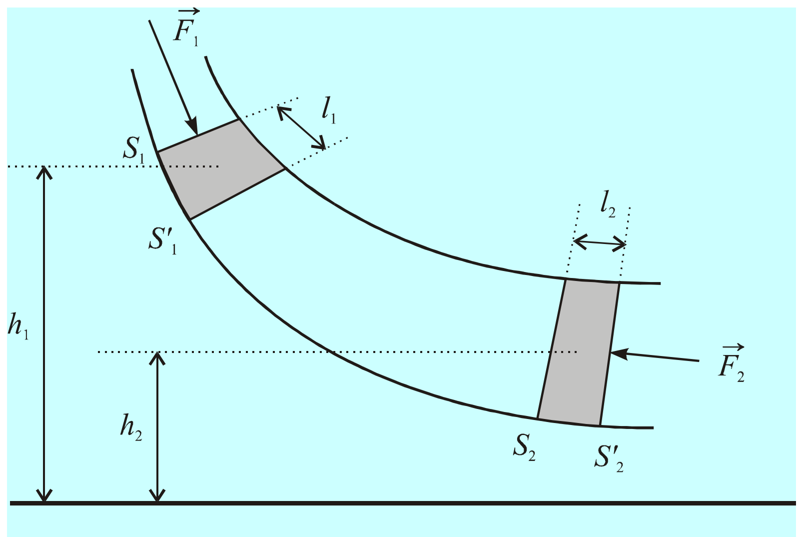
Bernulijeva jednačina

U slučaju stacionarnog proticanja idealnog nestišljivog fluida zakon održanja mehaničke energije izražava se Bernulijevom jednačinom. Posmatraćemo deo strujne cevi potpuno ispunjen idealnim nestišljivim fluidom. Neka su poprečni preseci na na početku i na kraju posmatranog dela strujne cevi S_1 i S_2. Smatraćemo da su poprečni preseci dovoljno mali tako da su jednake brzine v svih delića fluida koji prolaze kroz jedan poprečni presek. Istovremeno, smatramo da su jednaki i pritisci p u svim tačkama poprečnog preseka strujne cevi, kao i da su jednake visine h svih tačaka poprečnog preseka strujne cevi, u odnosu na neki proizvoljno izabrani referentni nivo.

Rad spoljašnjih sila jednak je promeni ukupne mehaničke energije:

$$A = \Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p.$$

Rad spoljašnjih sila jednak sumi radova sila pritiska $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$. Sa ΔE_k i ΔE_p označena je razlika kinetičke i potencijalne energije posmatranog dela fluida posle pomeranja i pre pomeranja.



Sl. 27. Ilustracija Bernulijeve jednačine

Iz prethodnog izraza dobija se **Bernulijeva jednačina** koja predstavlja osnovnu jednačinu u proučavanju proticanja idealnog nestišljivog fluida.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = const.$$

Gornja jednačina naziva se **Bernulijeva jednačina** i osnovna je jednačina u proučavanju proticanja idealnog nestišljivog fluida. Svi članovi u gornjoj jednačini imaju dimenziju pritiska, pri čemu je

$\boldsymbol{p}$ - statički pritisak u datom preseku strujne cevi,

$\boldsymbol{\frac{1}{2}\rho v^2}$ - dinamički pritisak, a

$\boldsymbol{\rho g h}$ - hidrostatički pritisak.

Prihvatajući ovu terminologiju moguće je formulisati Bernulijevu jednačinu na sledeći način:

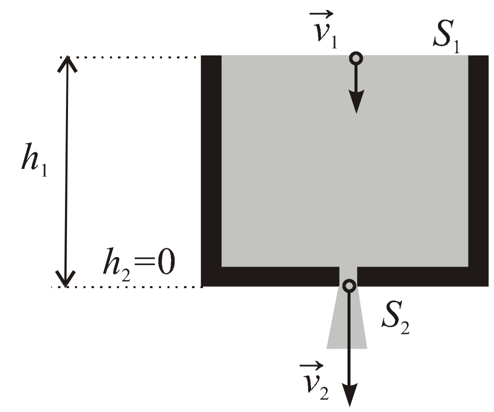
- U slučaju stacionarnog proticanja idealnog nestišljivog fluida, zbir statičkog, dinamičkog i hidrostatičkog pritiska konstantan je duž jedne strujne linije (**Bernulijeva jednačina**).

Toričelijeva teorema

Posmatraćemo sud ispunjen tečnošću koja može da ističe kroz otvor na sudu. Pretpostavimo da je slobodna površina tečnosti S_1 mnogo veća od površine otvora S_2 kroz koji tečnost ističe ($S_1 >> S_2$). Primenićemo Bernulijevu jednačinu na strujnu liniju čiji jedan kraj leži na slobodnoj površini tečnosti, a drugi se nalazi na mestu isticanja tečnosti iz suda, odakle sledi:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Kako je po pretpostavci $S_1 >> S_2$, na osnovu jednačine kontinuiteta sledi da je $v_1 << v_2$, tako da se dinamički pritisak u tački 1 na slobodnoj površini tečnosti može zanemariti u odnosu na dinamički pritisak na mestu isticanja, u tački 2. Sem toga, statički pritisci u tačkama 1 i 2 jednaki su atmosferskom pritisku, tako da je $p_1 = p_2 = p_a$.



Sl. 28. Ilustracija Toričelijeve teoreme

Za referentni nivo uzećemo položaj tačke 2, tako da je $h_2 = 0$, dok ćemo radi jednostavnosti položaj tačke 2 obeležavati kao $h_2 = h$. Posle zamene u Bernulijevu jednačinu, i očiglednih transformacija, dobija se:

$$v = \sqrt{2gh}\ .$$

- Brzina isticanja tečnosti iz suda jednaka je brzini koju bi imalo telo pušteno da slobodno pada od nivoa slobodne površine tečnosti do otvora suda (**Toričelijeva teorema**).

Ovakav zaključak mogao se očekivati, budući da smo krenuli od Bernulijeve jednačine koju, kao što je već rečeno, možemo interpretirati kao zakon održanja mehaničke energije primenjen na idealne nestišljive fluide.

1.6.4 Dinamika viskoznih fluida

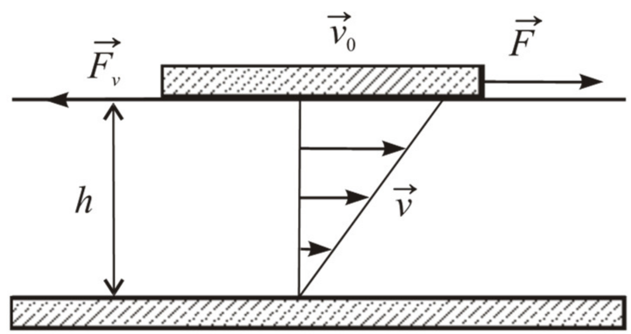
Viskoznost fluida predstavlja pojavu unutrašnjeg trenja. Kretanje fluida možemo zamisliti kao “klizanje” jednog tankog sloja fluida po drugom, uz delovanje sile trenja na slojeve. Koristeći čašu napunjenu vodom na jednostavan ćemo demonstrirati postojanje sile unutrašnjeg trenja između slojeva fluida. Najpre ćemo zarotirati čašu sa vodom, i zatim ćemo je zaustaviti. Primetićemo da će se tečnost koja je u čaši mirovala, najpre pokrenuti, a zatim, po zaustavljanju čaše nastaviti neko vreme da se rotaciono kreće, mada zidovi čaše miruju. Rotacija zidova čaše izazvala je pomeranje slojeva tečnosti koji se nalaze uz zid čaše. Delovanjem unutrašnjeg trenja rotaciono kretanje preneto je i na slojeve koji su bliži središtu. Na ovaj način rotacija čaše prenela se na rotaciju fluida koji se nalazi u njoj.

U trenutku zaustavljanja čaše, efekat se odvija u suprotnom smeru. Sada zidovi čaše deluju kao kočnica na susedni sloj fluida, usporavajući njegovo kretanje. Ovaj proces prenosi se sa jednog sloja fluida na drugi, dok se fluid ne zaustavi.

Vrednosti sile trenja, kao i funkcionalnu zavisnost od drugih fizičkiih veličina, prvi je eksperimentalno odredio Njutn. U eksperimentu su korišćene dve horizontalne pločice, postavljene na rastojanju h jedna iznad druge (vidi sliku).

Delujući silom $\vec{F}$ na gornju pločicu Njutn je primetio da će pri izvesnoj vrednosti ove sile kretanje pločice biti ravnomerno. Iz zakona dinamike poznato je da se telo kreće ravnomerno kada na njega ne deluje nijedna sila, ili kada je rezultujuća sila koja deluje na telo jednaka nuli.

Pošto po eksperimentalnim uslovima na gornju pločicu već deluje najmanje jedna sila, da bi se telo (pločica) ravnomerno kretalo, na njega mora delovati još jedna sila istog pravca i intenziteta, a suprotnog smera. Ova sila predstavlja silu viskoznosti $\vec{F}_v$.



Sl. 29. Ilustracija Njutnovog zakona viskoznosti

Njutn je eksperimentalno došao do sledeće relacije:

$$F_v = \eta S \frac{v_0}{h},$$

- Između paralalnih pločica postavljenih na rastojanju h, koje se kreću relativnom brzinom v_0 deluje sila viskoznosti čiji moduo je srazmeran brzini v_0, površini pločice S, a obrnuto srazmeran rastojanju između pločica h (**Njutnov zakon viskoznosti**).

Veličina η predstavlja koeficijent viskoznosti i opisuje specifične karakteristike fluida. U SI sistemu koeficijent viskoznosti izražava se kao $[\eta] = Pa \cdot s$. Koeficijent viskoznosti u najvećoj meri zavisi od temperature, ali i od drugih parametara koji karakterišu unutrašnje stanje fluida.