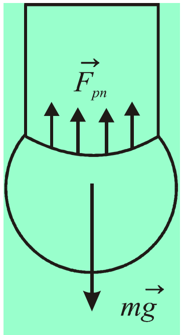
1. Iz pipete ističe voda u vidu kapljica čije su mase $m = 0.01g$. Prečnik unutrašnjeg otvora pipete iznosi $d = 0.4mm$. Kolika je konstanta površinskog napona vode?

Rešenje:

Kapljice koje ističu iz pipete otkinuće se u trenutku kada se njihova težina izjednači sa silom površinskog napona:

$$mg = F_p = \gamma \pi d.$$

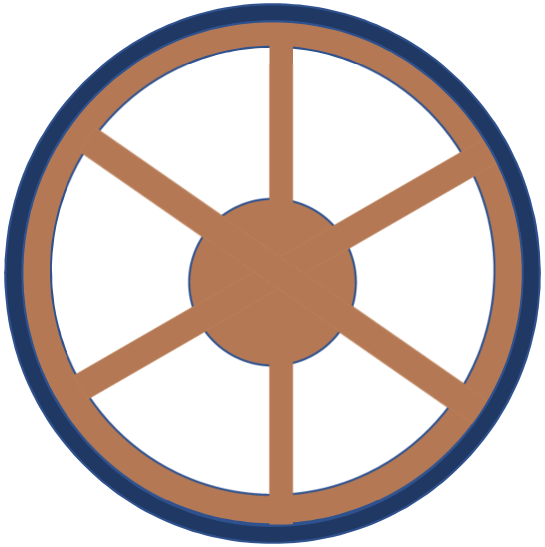


slika 2.30

Iz prethodne relacije računamo koeficijent površinskog napona:

$$\gamma = \frac{mg}{\pi d} = 0.078 N/m.$$

2. Na drveni točak poluprečnika $r = 100cm$ potrebno je navući gvozdenu šinu čiji poluprečnik je za $\Delta r = 5mm$ manji od poluprečnika točka. Za koliko je radi toga potrebno povisiti temperaturu šine? Temperaturski koeficijent linearnog širenja gvožđa je $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$.



Rešenje:

Dužine šine pre i posle zagrevanja povezane su relacijom:

$$l_2 = l_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)].$$

Dužina šine pre zagrevanja je

$$l_1 = 2\pi(r - \Delta r),$$

dok je posle zagrevanja jednaka obimu točka:

$$l_2 = 2\pi r.$$

Koristeći prethodne izraze, dobija se:

$$2\pi r = 2\pi(r - \Delta r)[1 + \alpha(t_2 - t_1)].$$

Obeležavajući $t_2 - t_1 = \Delta t$ i zamenom u gornju jednačinu, dolazi se do izraza za promenu temperature:

$$\Delta t = \frac{\Delta r}{\alpha(r - \Delta r)} \approx 420°C\ .$$

3.Dokazati da je termički koeficijent zapreminskog širenja materijala približno tri puta veći od koeficijenta linearnog širenja.

Rešenje:

Posmatramo kocku čija je stranica pre zagrevanja l_0, a posle zagrevanja l. Tada su odgovarajuće zapremine u sledećoj vezi:

$$V = V_0(1+\beta t) = l_0^3(1+\beta).$$

Istovremeno je:

$$V = l^3 = l_0^3(1+\alpha t)^3 = l_0^3(1+3\alpha t+3\alpha^2 t^2+\alpha^3 t^3).$$

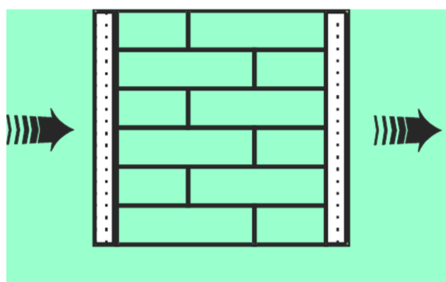
S obzirom na interval temperatura u kojem se primenjuje zakon ($t \sim 10^{3\circ} C$), i imajući u vidu standardne vrednosti koeficijenta linearnog širenja ($\alpha \sim 10^{-5\circ} C$), u drugoj jednačini mogu se zanemariti treći i četvrti član, tako da se dobija:

$$V \approx l_0^3(1+3\alpha t).$$

Poredeći prvi i poslednji izraz, dolazi se do tražene veze:

$$\beta = 3\alpha.$$

4. Izračunati koliki je gubitak toplote u toku 24 časa kroz zid površine $S = 15m^2$ u zatvorenoj prostoriji. Zid je od opeke, debljine $d = 37cm$ a sa unutrašnje i spoljašnje strane je omalterisan slojem maltera debljine $l = 2cm$ sa svake strane. U prostoriji je temperatura $t_1 = 20°C$, a sa spoljašnje strane zida je $t_2 = -10°C$. Toplotne provodljivosti za opeku i malter su $\lambda_1 = 0.60W/mK$ i $\lambda_2 = 0.80W/mK$, respektivno.Koeficijent prelaza toplote sa unutrašnje strane prostorije na zid je $\alpha_1 = 3.9W/m^2K$, a sa spoljašnje strane zida je $\alpha_2 = 4.1W/m^2K$.



slika 2.49

Rešenje:

Polazeći od Furijeovog zakona $Q = \lambda \frac{\Delta t}{d} S\tau$, dolazimo do izraza za toplotni fluks:

$$q = \frac{Q}{\tau} = \lambda S \frac{\Delta t}{d}.$$

U slučaju stacionarnog protoka toplote kroz višeslojni zid toplotni fluks kroz sve elemente višeslojnog zida biće jednak. Ako zid ima n elemenata, može se napisati sledeći sistem jednačina:

$$q = \frac{\lambda_1}{d_1} S_1(t_1 - t_2) = \frac{\lambda_2}{d_2} S_2(t_2 - t_3) = \cdots = \frac{\lambda_n}{d_n} S_n(t_n - t_{n-1}).$$

Množenjem svake od jednačina gornjeg sistema sa $\frac{d_i}{S\lambda_i}$ i sabiranjem tako dobijenih jednačina dolazi se do:

$$\frac{q}{S}\left(\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \cdots + \frac{d_n}{\lambda_n}\right) = t_1 - t_{n+1},$$

što nas dovodi do izraza za toplotni fluks kroz višeslojni zid:

$$q = \frac{S(t_1 - t_{n+1})}{\sum_i \frac{d_i}{\lambda_i}}.$$

U stacionarnom stanju je toplotni fluks kroz višeslojni zid jednak toplotnom fluksu kroz granični sloj između zida i fluida (vazduha), sa obe strane zida. Obeležavajući temperature fluida na graničnom sloju sa t_{f1} i t_{f2} postavićemo sledeći sistem jednačina:

$$q = \alpha_1 S\left(t_{f1} - t_1\right) = \frac{S(t_1 - t_{n+1})}{\sum_i \frac{d_i}{\lambda_i}} = \alpha_2 S\left(t_{n+1} - t_{f2}\right).$$

Sređivanjem sistema jednačina na analogan način kao što je to učinjeno za jednačine iz sistema, dolazimo do izraza za toplotni fluks kroz višeslojni zid, uz uračunavanje efekta toplotne razmene na graničnom sloju:

$$q = \frac{S\left(t_{f1} - t_{f2}\right)}{\sum_i \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}.$$

Koristeći gornju jednačinu lako se dolazi do izraza za količinu toplote koja u intervalu vremena τ prođe kroz dvostrano omalterisani zid:

$$Q = \frac{S(t_1 - t_2)\tau}{\frac{d}{\lambda_1} + \frac{2l}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = 33.32 MJ.$$

5. Čestica vrši harmonijske oscilacije sa amplitudom $A = 10cm$ i periodom $T = 3s$. Naći:

a) vreme t_1, za koje će se položaj čestice izmeniti od $x = 0$ do $x = A/2$;

b) vreme t_2, za koje će se položaj čestice izmeniti od $x = A/2$ do $x = A$.

Rešenje:

Po uslovu zadatka telo osciluje polazeći iz ravnotežnog položaja, tako da je odgovarajuća jednačina harmonijskih oscilacija $x = A\,sin(\,\omega t)$.

a) U položaju kada je telo na polovini amplitudnog rastojanja, $x = A/2$, imaćemo:

$$\frac{A}{2} = A\,sin(\omega t_1).$$

Iz gornjeg izraza direktno se određuje faza oscilovanja, $\omega t_1 = \pi/6$. Koristeći relaciju između kružne frekvencije perioda oscilovanja, dolazimo do izraza:

$$\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6},$$

što omogućuje da se odredi traženo vreme:

$$t_1 = \frac{T}{12} = 0.25s.$$

b) Prvo ćemo odrediti posle koliko vremena, od početka pomeranja telo dospeva u amplitudni položaj. Postupak je analogan prethodno opisanom, tako da dobijamo:

$$A = A\,sin(\omega t').$$

Očigledno da je $\omega t' = \pi/2$, tako da je traženo vreme:

$$t' = \frac{T}{4} = 0.75s.$$

Na drugoj polovini puta telo se kreće sporije, a vreme potrebno da se pređe taj deo puta iznosi:

$$t_2 = t' - t_1 = \frac{T}{6} = 0.5s.$$